

1. 已知集合 $U = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $A = \{1, 2\}$, $B = \{-2, -1, 2\}$, 则 $A \cup (\complement_U B) = (\quad)$.

B. $\{2\}$

C. $\{1, 2\}$

D. $\{0, 1, 2\}$

A. $1 + i$

B. $1 - i$

C. $-1 + i$

D. $-1 - i$

A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

A. -8

B. 6

C. -2

D. 4

A. 充分而不必要条件

B. 必要而不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

6. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的一条渐近线方程为 $y = \sqrt{3}x$ ，且它的一个焦点在抛物线 $y^2 = 24x$ 的准线上，则双曲线的方程为 () .
- A. $\frac{x^2}{27} - \frac{y^2}{9} = 1$ B. $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{108} = 1$ C. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{27} = 1$ D. $\frac{x^2}{108} - \frac{y^2}{36} = 1$

7. 已知奇函数 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上是增函数，设 $a = 3^{0.3} \cdot f(3^{0.3})$ ， $b = (\log_{\pi} 3) \cdot f(\log_{\pi} 3)$ ， $c = \left(\log_3 \frac{1}{9}\right) \cdot f\left(\log_3 \frac{1}{9}\right)$ ，则 a, b, c 之间的大小关系为 () .
- A. $b < a < c$ B. $a < b < c$ C. $c < a < b$ D. $b < c < a$

8. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} a^x + 1, & x \leq 0 \\ |\ln x|, & x > 0 \end{cases}$ ，当 $1 < a < 2$ 时，关于 x 的方程 $f(f(x)) = a$ 的实数解的个数为 () .
- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

二、填空题(共6小题，共30分)

9. $\left(x^2 - \frac{1}{x}\right)^6$ 的展开式中 x^6 的系数为 _____ .

10. 若一个四面体的所有棱长均为1，四个顶点在同一个球面上，则此球的表面积为 _____ .

11. 在极坐标系中，直线 $\rho \cos \theta + \sqrt{3} \rho \sin \theta + 1 = 0$ 与圆 $\rho = 2a \cos \theta (a > 0)$ 相切，则 $a =$ _____ .

12. 已知 $a > 0, b > 0$ ，则 $\frac{a^2 + 4 + 4ab + 4b^2}{a + 2b}$ 的最小值为 _____ .

13. 六张卡片上分别写有数字0, 1, 3, 4, 5，从中任取四张排成一排，则可以组成不同的四位奇数的个数是 _____ . (用数字作答)

14. 在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $BC = 2$ ， $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DC}$ ， $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{2} \overrightarrow{EB}$ ，若 $\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{AC} = -\frac{1}{2}$ ，则 $\overrightarrow{CE} \cdot \overrightarrow{AB} =$ _____ .

三、解答题(共6小题，共80分)

15. 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C ，的对边分别为 a, b, c ，若 $c = 2a, b \sin B - a \sin A = \frac{1}{2}a \sin C$ ．

(1) 求 $\sin B$ 的值．

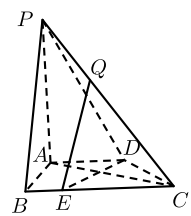
(2) 求 $\sin\left(2B + \frac{\pi}{3}\right)$ 的值．

16. 随着网络营销和电子商务的兴起，人们的购物方式更具多样化，某调查机构随机抽取10名购物者进行采访．5名男性购物者中有3名倾向于选择网购，2名倾向于选择实体店．5名女性购物者中有2名倾向于选择网购，3名倾向于选择实体店．

(1) 若从10名购物者中随机抽取2名，其中男，女各一名，求至少1名倾向于选择实体店的概率．

(2) 若从这10名购物者中随机抽取3名，设 X 表示抽到倾向于选择网购的男性购物者的人数，求 X 的分布列和数学期望．

17. 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中， $PA \perp$ 平面 $ABCD$ ，底面 $ABCD$ 是直角梯形，其中 $AD \parallel BC$ ， $AB \perp AD$ ， $AB = AD = \frac{1}{2}BC = 2$ ， $PA = 4$ ， E 为棱 BC 上的点，且 $BE = \frac{1}{4}BC$ 。



- (1) 求证： $DE \perp$ 平面 PAC 。
- (2) 求二面角 $A-PC-D$ 的余弦值。
- (3) 设 Q 为棱 CP 上的点（不与 C ， P 重合），且直线 QE 与平面 PAC 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ，求 $\frac{CQ}{CP}$ 的值。

18. 已知数列的 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $a_n = 2 - 2S_n (n \in \mathbf{N}^*)$, 数列 $\{b_n\}$ 是等差数列 , 且 $b_5 = 14$, $b_7 = 20$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式 .

(2) 设 $c_n = a_n \cdot b_n (n \in \mathbf{N}^*)$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和为 T_n .

19. 设椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左右焦点分别为 F_1, F_2 , 左顶点为 A , 离心率为 $\frac{1}{2}$, 已知椭圆的左焦点到左顶点的距离为 1.
- (1) 求椭圆的方程 .
- (2) 过点 A 作斜率为 k 的直线与椭圆交于另一点 B , 连接 BF_2 并延长交椭圆于点 C .
- 1 求点 B 的坐标 (用 k 表示) .
 - 2 若 $F_1C \perp AB$, 求 k 的值 .

20. 已知函数 $f(x) = a^2x^3 - 3ax^2 + 2$, $g(x) = -3ax + 3$, $x \in \mathbf{R}$, 其中 $a > 0$.

(1) 若 $a = 1$, 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程.

(2) 求函数 $f(x)$ 在区间 $(-1, 1)$ 上的极值.

(3) 若 $\exists x_0 \in \left(0, \frac{1}{2}\right]$, 使不等式 $f(x_0) > g(x_0)$ 成立, 求 a 的取值范围.